Alcune semplici Equazioni trascendenti

Di Cristiano Armellini (cristiano.armellini@alice.it)

In questo breve articolo analizzeremo alcune semplici equazioni trascendenti, equazioni che hanno una soluzione reale ma trascendente.

Sia $a^x = -x$ con a > 1 . Graficamente si può notare che ha sempre una soluzione con ***–1<x<0***.

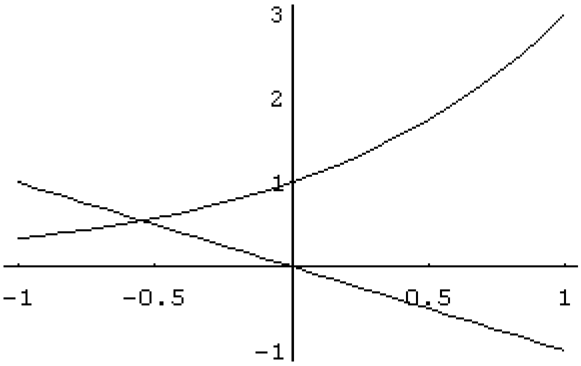

Figura 1

E' però una soluzione trascendente. Per calcolarla possiamo sviluppare il termine a sinistra dell'equazione in Serie di Taylor-McLaurin fino al II ordine e provare a trovare x risolvendo un'equazione di II grado.

$$a^x = 1 + x\ln(a) + \frac{x^2(\ln a)^2}{2!} + \frac{x^3(\ln a)^3}{3!} + ...$$

Fermandoci allo sviluppo fino al II grado basta risolvere l'equazione:

$$x^2(\ln a)^2 + 2(\ln a + 1) + 2 = 0$$

oppure considerare anche più termini fino al 5°-6° termine ma trovare x con metodi numerici come il metodo delle secanti, della bisezione, del punto unito ecc.

L'equazione Sia $a^x = x$ con ***a >1*** ovviamente non ha soluzioni

L'equazione $a^x = x$ con ***0<a<1*** è il un caso analogo a $a^x = -x$ con ***a > 1***: la soluzione x è la stessa con il segno opposto basta porre ***a = 1/b, 0<x<1***

L'equazione $a^x = -x$ con ***0<a<1*** non ha soluzioni (come è semplice provare anche graficamente)

Anche l'equazione $\cos(x) = x$ è un'equazione trascendente ha una soluzione trascendente con 0 < x < 1

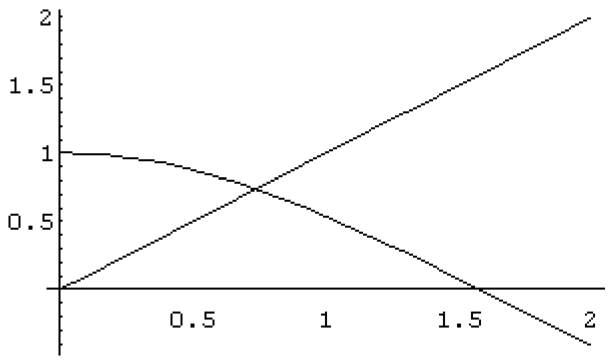

Figura 2

Per risolverla possiamo considerare lo sviluppo del coseno:

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

anche qui possiamo limitarci al terzi termine:

$x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!}$ e risolvere l'equazione biquadratica in x oppure considerare più termini e risolvere l'equazione con il metodo delle tangenti, bisezione o punto unito sapendo che ***0 < x < 1.***

Gli esempi potrebbero continuare all'infinito e questo è indice del fatto che i numeri trascendenti sono tantissimi (infiniti) ma le tecniche di risoluzione numerica non differiscono di molto da quelle descritte.

Quando diciamo che una equazione ha una soluzione trascendente intendiamo dire che la soluzione è reale ma è un numero simile a pi greco o a ***e*** la base dei logaritmi neperiani.In teoria potremmo anche dare un nome a questo numeri e indicarlo con una lettera.