La trigonometria complessa

Di Cristiano Armellini,
cristiano.armellini@alice.it

Calcolare cos(a+ib), sen(a+ib)

- Dalla trigonometria classica sappiamo A = a+ib, B=a-ib,
- Cos(A+B)=Cos(A)Cos(B)-Sen(A)Sen(B) = cos(2a)(eq1)
- Sen(A+B)=Sen(A)Cos(B)+Cos(A)Sen(B) = sen(2a)(eq2)
- Con i unità immaginaria i^2=-1
- Valgono le identità trigonometriche
- Cos^2(A)+Sen^2(A)=1 (eq3)
- Cos^2(B)+Sen^2(B)=1 (eq4)
- Abbiamo quindi 4 incognite Cos(A), Cos(B), Sen(A), Sen(B) e 4 equazioni indipendenti => la soluzione esiste e può essere calcolata

L'approccio con la formula di Eulero

- Usando la formula di Eulero, possiamo cadere facilmente in qualche contraddizione:
- $e^a = e^{-i(ia)} = \cos(ia) - i\,\mathrm{sen}(ia) \Rightarrow \mathrm{sen}(ia) = 0,\ \cos(ia) = e^a$
- $e^a = e^{i(-ia)} = \cos(-ia) + i\,\mathrm{sen}(-ia) \Rightarrow \mathrm{sen}(-ia) = 0,\ \cos(-ia) = e^a$
- $e^{-a} = e^{i(ia)} = \cos(ia) + i\,\mathrm{sen}(ia) \Rightarrow \mathrm{sen}(ia) = 0,\ \cos(ia) = e^{-a}$