

LA FATTORIZZAZIONE degli interi

Il metodo del polinomio
Di Cristiano Armellini
cristiano.armellini@alice.it

Esempio $187=11*17$

$$187 = 1*10^2 + 8*10 + 7 = X^2 + 8X + 7, \text{ ove}$$

pongo $X = 10$

MA $X^2 + 8X + 7 = 0$ HA come soluzioni $X = -7,$

$X = -1$

POSSIAMO SCRIVERE $187 = X^2 + 8X + 7 = (X+7)$

$(X+1) = 17*11$

$$341 = 11 * 31$$

$$341 = 3 * 10^2 + 4 * 10 + 1 = 3 * X^2 + 4 * X + 1 =$$
$$(X + 1)(3X + 1) * (1/3) = \text{non considerando il}$$
$$\text{termine } 1/3 < 1 = (X + 1)(3X + 1) = 11 * 31$$

Ove come al solito $X = 10$ e quando nelle moltiplicazioni il coefficiente supera 10 si scompone in $X + A$ dove $X = 10$ ecc.

$$231 = 11 * 21$$

$$231 = 2 * 10^2 + 3 * 10 + 1 = 2x^2 + 3x + 1 = (x+1)$$

$$(2x+1) * (1/2) \text{ non considerando } \frac{1}{2} < 1 = (x+1)$$

$$(2x+1) = 11 * 21$$

Nota nella rappresentazione polinomiale i
coefficienti numerici sono ≤ 10

Non sempre il metodo funziona

Ovviamente ci sono casi in cui il sistema non funziona e sono quelli che ci portano a polinomi irriducibili in \mathbb{Z} o in \mathbb{Q} ad esempio $5x^2 + 2x + 7 = 0$, $x = 10$, $5x^2 + 2x + 7 = 0$ ha il delta negativo quindi l'algoritmo precedente non si può applicare. In questi casi potrebbe essere utile cambiare base ad esempio passare alla base 2 (sistema binario) ma anche in questo caso non è detto che l'algoritmo funzioni.

Proviamo il procedimento di fattorizzazione per decomposizione dei polinomi associati ai numeri usando un ottimo software per il calcolo algebrico come il Mathematica (vedi il comando `Factor(...)`)

Altri casi

- $\text{Factor}[1x^4+8x^3+7x^2+x+1]=(1+x)(x^3+7x^2+1)=11*1701$ (ma 1701 non è primo)
- $\text{Factor}[x^4+3x^3+0x^2+x+3]=(1+x)(3+x)(1-x+x^2)=11*13*91$ (ma 91 non è primo)
- Il metodo sembra funzionare quando un almeno fattore è 11

Casi più semplici

- $22 = 2X + 2 = 2(X + 1) = 2 * 11$
- $28 = 2 * X + 8 = 2(X + 4) = 2 * 14$

Applicazioni: le proprietà dei primi

- Possiamo considerare il metodo per caratterizzare le proprietà dei numeri multipli di 2, di 3, di 5, ecc, $x=10$
- Es $2*(Ax+b)$, $2*(Ax^2+bx+c)$,.....
- Es $3*(Ax+b)$, $3*(Ax^2+bx+c)$,.....
- Es $5*(Ax+b)$, $5*(Ax^2+bx+c)$,.....

In generale: la formula della fattorizzazione

- $187 = (ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$
 $= 1x^2 + 8x + 7$ con $x = 10$ e poi si cercano i coefficienti a, b, c, d sapendo che devono essere interi $\in \langle 10 \Rightarrow$ sistema di equazioni di molte variabili
- Per numeri grandi il procedimento potrebbe essere complesso